**Bài tập nhóm 12.**

**Thành viên :**

**Trần Tuấn Anh**

**Nguyễn Xuân Dực**

**Hà Việt Đức**

**Phạm Công Huy**

**Bài tập 3: Phương pháp đệ quy và chia để trị**

**I.** Các bài 202 – 220 (trang 37, 38); 221-222 (trang 38); 231-232 (trang 39), giáo trình [2] (Ian Parberry - *Problems on Algorithms.pdf***)**

**Bài 202**



T(n) = 3T(n-1) + 2

= 3[3T(n-2) +2] + 2

= 3 T(n-2) + 2( 3 + 3 )

= 3 T(n-3) + 2( 3 + 3 + 3 )

= …

= 3 T(1) + 2( 3 + 3 + 3 + … + 3 )

= 3 + 2.1.

= 3 + 3 -1

= O( 3 )

**Bài 203**

≥

T(n) = 3T(n-1) - 15

= 3[ 3T(n-2) -15] - 15

= 3 T(n-2) - 15( 3 + 3 )

= 3 [ 3T(n-3) -15] - 15( 3 + 3 )

= 3 T(n-3) - 15( 3 + 3 + 3 )

= …

= 3 T(1) - 15( 3 + 3 + 3 + … + 3 )

= 3.8 - 15.1.

= 3.8 - (3 -1)

= O( 3 )

**Bài 204**

≥

T(n) = T(n-1) + n - 1

= [T(n-2) +( n - 2 )] + ( n-1)

= T(n-2) + 2n - (1 + 2)

= [T(n-3) + (n-3)] + 2n - (1 + 2)

= T(n-3) + 3n - (1 + 2 + 3)

= …

= [T(n - (n -1)) + (n-(n-1))] + (n-2)n - (1 + 2 + 3 +…+ (n-2))

= T(1) + (n-1)n - (1 + 2 + 3 +…+ (n-1))

= 2 + (n-1)n - . (n-1+1)

= 2 + (n-1)n - n

= O( n )

**Bài 205**

≥

T(n) = T(n-1) + 2n - 3

= T(n-1) + 2(n-1) - 1

= [T(n-2) + 2(n-2) - 1] + 2(n-1) -1

= T(n-2) + 2.[ (n-1) +(n-2) ] - 2

= [T(n-3) + 2(n-3) - 1] + 2.[ (n-1) +(n-2) ] - 2

= T(n-3) + 2.[ (n-1) + (n-2) + (n-3) ] - 3

= …

= T(n - (n-1)) + 2.[ (n-1) + (n-2) + (n-3) +…+ 1] - (n-1)

= T(1) + 2.1. .((n-1)+1) - (n-1)

= 3 + (n-1)n - (n-1)

= O( n )

**Chú ý: Ta sử dụng tổng sau đối với các bài 206 và 207**

Xét tổng sau:

S = 1.a + 2.a + 3.a + … + na

2S = 1.a + 2.a + … + (n-1)a + na

2S - S = na - ( a + a + a + … + a)

S = na - 1.

**Bài 206**

≥

T(n) = 2T(n-1) + n-1

= 2[2T(n-2) + (n-1) - 1] + n - 1

= 2T(n-2) + 2(n-2) + (n-1)

= 2[2T(n-3) + (n-2) - 1] + 2(n-2) + (n-1)

= 2T(n-3) + 2(n-3) + 2(n-2) +(n-1)

= …

= 2T(n-(n-1)) + n( 2 + 2 + 2 + … + 2) - (1.2 + 2.2 + 3.2 + … +(n-1)2)

= 2T(1) + n( 2 + 2 + 2 + … + 2) - ( 1.2 + 2.2 + 3.2 + … +(n-1)2)

= 2 + n.1. - ( n.2 - 1. )

= 2 + n.(2 -1) - n.2 + 2 -1

= 2.2 - n - 1

= O( 2 )

**Bài 207**

≥

T(n) = 2T(n-1) + 3n + 1

= 2T(n-1) + 3(n-1) + 4

= 2[2T(n-2) + 3(n-2) + 4] + 3(n-1) + 4

= 2T(n-2) + 2.3(n-2) + 2.4 + 3(n-1) + 4

= 2[2T(n-3) + 3(n-3) + 4] + 2.3(n-2) + 2.4 + 3(n-1) + 4

= 2T(n-3) + 2.3(n-3) + 2.4 + 2.3(n-2) + 2.4 + 3(n-1) + 4

= …

= 2T(n-(n-1)) + 3n( 2 + 2 + 2 + … + 2)

- 3.( 1.2 + 2.2 + 3.2 + … +(n-1).2) + 4.( 2 + 2 + 2 + … + 2)

= 2T(1) + 3n.1. - 3.( n.2 - 1. ) + 4.( n.2 - 1. )

= 2 + 3n.1. + ( n.2 - 1. )

= 2 + 3n( 2 -1) + (n.2 - 2 +1)

= 4n.2 - 3n + 1

= O(n. 2)

**Bài 208**

Có a = 2, b = 2

f(n) = 6n - 1 = O(n) ⇒ d =1

a =2 = 2 = b

⇒ T(n) = O( n log n) = O( n logn)

**Bài 209**

Có a = 2, b = 2

f(n) = 3n + 1 = O(n) ⇒ d =1

a =2 = 2 = b

⇒ T(n) = O( n log n) = O( n logn)

**Bài 210**

Có a = 6, b = 6

f(n) = 2n + 3 = O(n) ⇒ d =1

a = 6 = 6 = b

⇒ T(n) = O( n log n) = O( n logn)

**Bài 211**

Có a = 6, b = 6

f(n) = 3n - 1 = O(n) ⇒ d =1

a = 6 = 6 = b

⇒ T(n) = O( n log n) = O( n logn)

**Bài 212**

Có a = 4, b = 3

f(n) = 2n - 1 = O(n) ⇒ d =1

a = 4 > 3 = 3 = b

⇒ T(n) = O(n ) = O( n)

**Bài 213**

Có a = 4, b = 3

f(n) = 3n - 5 = O(n) ⇒ d =1

a = 4 > 3 = 3 = b

⇒ T(n) = O(n ) = O( n)

**Bài 214**

Có a = 3, b = 2

f(n) = n - n = O(n) ⇒ d =2

a = 3 < 4 = 2 = b

⇒ T(n) = O( n ) = O( n )

**Bài 215**

Có a = 3, b = 2

f(n) = n - 2n + 1 = O(n) ⇒ d =2

a = 3 < 4 = 2 = b

⇒ T(n) = O( n ) = O( n )

**Bài 216**

Có a = 3, b = 2

f(n) = n - 1 = O(n) ⇒ d = 1

a = 3 > 2 = 2 = b

⇒ T(n) = O(n ) = O( n)

**Bài 217**

Có a = 3, b = 2

f(n) = 5n - 7 = O(n) ⇒ d = 1

a = 3 > 2 = 2 = b

⇒ T(n) = O(n ) = O( n)

**Bài 218**

Có a = 4, b = 3

f(n) = n = O(n) ⇒ d =2

a = 4 < 9 = 3 = b

⇒ T(n) = O( n ) = O( n )

**Bài 219**

Có a = 4, b = 3

f(n) = n = O(n) ⇒ d =2

a = 4 < 9 = 3 = b

⇒ T(n) = O( n ) = O( n )

**Bài 220**

Có a = 1, b = 4

f(n) = n + 1 = O( n ) ⇒ d = ½

a = 1 < 2 = 4 = b

⇒ T(n) = O( n ) = O( n )

**222.** Cho dãy Fibonacci

Chứng minh quy nạp theo n là: trong đó

Giải:

Với m = 0:

Với m = 1:

Giả sử ta chứng minh rằng

Thạt vậy áp dụng giả thiết quy nạp ta có:

Ta thấy

Do đó:

Mặt khác suy ra

Vậy ta kết luận

**Bài 231:** State and prove ageneral formula for recurrences of the form

d if n ≤1



aT(n/c)+b otherwise

Lời giải :

 với n=1

T(n)=aT(n/c)+b với n còn lại

T(n)=aT(n/c)+b

=a[T(C)+b]+b

= [T(n/)+b]+ab+b

=[aT(n/)+b]+ab+b

=T(n/)+b+ab+b

=..............

=T(n/)+(+…++a+1)

=O()

**Bài 232:** State and prove ageneral formula for recurrences of the form

d if n ≤1



aT(n/c)+b otherwise

Lời giải:

T(n)=a T(n/c)+b

=a[aT(n/)+b]+ b

= T(n/)+ab+ b

=[aT(n/)+b]+ab +b

=

=……………………



=O()+O()+O().